

باسمه تعالی  
المیاد ملی کامپیوتر ایران  
آزمون پایانی دوره‌ی فشرده‌ی آموزش برنامه‌نویسی

۲۹ بهمن ماه ۱۳۸۸

مدت: ۱۲۰ دقیقه

آیدین نصیری شرق

تذکر مهم: استفاده از هر ابزار نرم‌افزاری و سخت‌افزاری در این امتحان، به جز ویرایشگر برنامه‌نویسی برای تایپ برنامه، کامپایلر ++g و دستورات ساده‌ی ترمینال لینوکس، باعث محرومیت شما از امتحان خواهد شد.

مسئله‌ی اول: آب خوردن! ..... ۱۰ نمره  
مقدار  $10^{20} 1388$  را  $A$  می‌نامیم. حاصل ضرب شش رقم سمت راست عدد  $A$  را  $B$  می‌گیریم. باقی‌مانده‌ی تقسیم  $B$  بر  $\Delta$  چند است؟

جواب: \_\_\_\_\_

مسئله‌ی دوم: اعداد اولوناچی ..... ۱۴ نمره  
یک عدد «اولوناچی» است اگر بر هیچ کدام از اعداد فیبوناچی بزرگتر از یک بخش پذیر نباشد. برای مثال عدد ۷۷ اولوناچی است.  
چند درصد اعداد شش رقمی اولوناچی است؟  
اگر جواب این پرسش  $F$  باشد (که  $F$  یک عدد اعشاری بین صفر تا صد است)، مقدار  $F \times \Delta$  را تا ۵ رقم اعشار بنویسید.

جواب: \_\_\_\_\_

مسئله‌ی سوم: تولدت مبارک! ..... ۱۵ نمره  
فرض کنید شما در یک کلاس ۶۷ نفره درس می‌خوانید و می‌خواهید از بین ۶۶ نفر دیگر کلاس، دقیقاً ۳۳ نفر را به مهمانی تولد خود دعوت کنید.  
اگر تعداد راه‌های انجام این کار را  $T$  بگیریم؛ باقی‌مانده‌ی  $T$  بر  $\Delta$  چند است؟

جواب: \_\_\_\_\_

مسئله‌ی چهارم: چهارمین پرمقسوم‌علیه‌ترین ..... ۱۸ نمره  
اعداد ۱ تا ۱۰ میلیون را در نظر بگیرید. می‌دانیم پرمقسوم‌علیه‌ترین عدد از بین این اعداد، عدد  $8648640$  است که ۴۴۸ است. چهارمین پرمقسوم‌علیه‌ترین عدد این بازه چند است؟  
به عبارت دیگر، اگر اعداد را برحسب تعداد مقسوم‌علیه‌هایشان مرتب کنیم و اولین عدد،  $8648640$  باشد، در آن صورت چهارمین عدد چند است؟  
اگر آن عدد  $D$  باشد؛ باقی‌مانده‌ی تقسیم  $D$  بر  $\Delta$  چند است؟

جواب: \_\_\_\_\_

مسئله پنجم: ماهی سیاه کوچولو ..... ۲۱ نمره  
علی کوچولو یک جدول  $5 \times 5$  دارد. هر یک از خانه‌های جدول به شکل یک آکواریوم سر باز است که می‌تواند پر از آب یا خالی باشد.

یک ماهی در خانه‌ی بالا چپ جدول علی گیر افتاده است و می‌خواهد به خانه‌ی پایین راست (مقصدش) برود. می‌دانیم ماهی از یک خانه تنها می‌تواند به خانه‌ی مجاور سمت راست یا خانه‌ی مجاور پایینی بپرد؛ آن‌هم در صورتی که آن خانه پر از آب باشد (ماهی‌ها در خاک می‌میرند!). واضح است که همواره طول مسیر حرکت ماهی دقیقاً ۸ پرش خواهد بود.

در ابتدای کار تنها مبدأ و مقصد ماهی پر از آب هستند. علی می‌خواهد تعدادی از ۲۳ خانه‌ی دیگر جدول را انتخاب کرده و آن‌ها را پر از آب کند، به طوری که دقیقاً یک مسیر پر آب برای حرکت ماهی از مبدأ به مقصد (از هر خانه به پایین یا راست) وجود داشته باشد.

دقت کنید که علی اجازه دارد خانه‌هایی که در مسیر نیستند را هم پر کند؛ منتهی پر کردن این خانه‌ها نباید مسیر جدیدی برای رفتن از مبدأ به مقصد برای ماهی بسازد. دو مسیر را متفاوت می‌گوییم اگر در حداقل یک خانه متفاوت باشند.

اگر تعداد راه‌های انجام این کار را  $S$  بگیریم؛ باقی مانده‌ی  $S$  بر  $\Delta$  چند است؟

جواب: \_\_\_\_\_

مسئله ششم: بارم‌بندی ..... ۲۲ نمره

این امتحان ۶ سؤال دارد. آیدین (طراح امتحان) می‌خواهد طوری برای این ۶ سؤال تعیین نمره (اصطلاحاً «بارم‌بندی») کند که اولاً نمره‌ی هر سؤال یک عدد صحیح بین ۱۰ تا ۲۵ (شامل خود این دو عدد) باشد؛ ثانیاً مجموع نمرات کل ۶ سؤال دقیقاً برابر با ۱۰۰ بشود.

فرض کنید که با توجه به سبک سؤالات، نمره‌ی هر دانش‌پژوه از هر سؤال به صورت «صفر و یک» (یا صفر، یا تمام نمره‌ی سؤال) است. با این توصیف، آیدین می‌خواهد طوری این سؤالات را بارم‌بندی کند که تعداد نمرات متفاوتی که می‌شود از امتحان گرفت حداکثر بشود. برای مثال اگر آیدین برای چهار سؤال نمره‌ی ۲۰ و برای دو سؤال نمره‌ی ۱۰ را در نظر بگیرد، در این صورت تنها ۱۱ مقدار (مضارب ۱۰ بین صفر تا ۱۰۰) می‌تواند نمره‌ی یک دانش‌پژوه باشد در حالی که اگر نمرات شش سؤال به ترتیب ۱۰، ۲۴، ۲۵، ۱۲، ۱۹، ۱۰ باشد، در این صورت ۴۶ نمره‌ی متفاوت می‌تواند از این امتحان گرفته شود!

اگر حداکثر تعداد نمرات متفاوت در بهترین بارم‌بندی  $J$  باشد، در این صورت باقی مانده‌ی تقسیم عدد  $J^3$  (عدد  $J$  به توان سه) بر  $\Delta$  چند است؟

جواب: \_\_\_\_\_

«شاد و پیروز باشید!»