

شما شنگول قصه‌ها هستید و  $\Delta$  شما در این آزمون اصلی اول دوشنبه عصر برابر با ۴۶۶۳۹ است!

**مسئله‌ی یک: شنگول در راه حل معادله!** ..... ۲۵ نمره

شنگول محو معادله‌ی زیر شده است!

$$M = ((A \circ B) \star C) \oplus D$$

در این معادله

- عملگر  $\circ$  کار OR بیتی را می‌کند؛ به این صورت که هر دو عدد را ابتدا به مبنای دو می‌برد (در صورتی که طولشان برابر نبود به سمت چپ عدد کوچکتر تا حد لازم صفر اضافه می‌کند)، سپس عدد جدیدی را به‌عنوان جواب می‌سازد که هر بیت آن در صورتی یک است که حداقل یکی از بیت‌های متناظر (از نظر اندیس) در دو عملوند داده شده، یک باشد. برای مثال  $3 \circ 5 = 7$  و  $2 \circ 8 = 10$ .

- عملگر  $\star$  همان عملگر ب.م.م. معروف است که بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد دو طرفش را بر می‌گرداند.
- عملگر  $\oplus$  کار XOR بیتی را می‌کند؛ که بسیار شبیه OR است منتهی هر بیت متناظر عدد جواب تنها در صورتی یک است که دقیقاً (نه حداقل) یکی از بیت‌های متناظر عملوندهایش یک باشد. برای مثال  $3 \oplus 5 = 6$  و  $2 \oplus 8 = 10$ .

۱- الف (۴ نمره): اگر هر یک از پارامترهای  $A, B, C$  و  $D$  بتوانند مقادیر بین ۱ تا ۱۰ را بگیرند، و تعداد جواب‌های مختلف قابل تولید برای  $M$  برابر با  $T$  باشد، در این صورت باقی‌مانده‌ی تقسیم  $T^9$  بر  $\Delta$  چند است؟ پاسخ شما: .....

۱- ب (۷ نمره): فرض کنید این چهار پارامتر فقط بتوانند اعداد اول کوچکتر از ۱۰۰۰ را در خود جای دهند. اگر بیشترین و کمترین مقدار قابل تولید برای  $M$  به ترتیب  $X$  و  $Y$  باشند، آن‌گاه باقی‌مانده‌ی تقسیم  $X^2 + Y^4$  بر  $\Delta$  چند است؟ پاسخ شما: .....

۱- ج (۱۴ نمره): اگر این پارامترهای  $A, B, C$  و  $D$  بتوانند اعداد طبیعی کوچکتر از  $\Delta$  را بگیرند، و بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای  $M$  به ترتیب  $w$  و  $z$  باشند، باقی‌مانده‌ی  $w(8z + 1)$  بر  $\Delta$  چند است؟ پاسخ شما: .....

سوال دوم در برگه بعدی!

**مسئله‌ی دوم: شنگول و کلمات گم‌شده در جدول! ..... ۳۵ نمره**

شنگول از بچگی شیفته‌ی زبان‌شناسی و سروکله‌زدن با واژه‌ها بوده است! او به یک واژه‌ی حداقل دوحرفی که حروف آن به ترتیب الفبای فارسی مرتب آمده باشد یک واژه‌ی «شیک» می‌گوید. برای مثال «برف» یک واژه‌ی شیک است، چرا که در ترتیب حروف الفبای فارسی «ب» قبل از «ر» و هم‌چنین «ر» قبل از «ف» می‌آید. «بنز» ولی واژه‌ی شیک ای نیست چون در ترتیب الفبای فارسی «ن» قبل از «ز» نیست. به‌طور مشابه «مویی» و «آتشکوه» و «نژضوه» واژه‌هایی شیک هستند ولی «گردنی» و «دریادشت» و «خطحافونیکالشموتیک» واژه‌های شیک نیستند. دقت کنید که برای شنگول معنادار بودن یا نبودن واژه‌ها در فرهنگ‌های لغت اهمیتی ندارد؛ او فقط به شیک بودن اهمیت می‌دهد!

علاقه‌مندی دوم شنگول در مباحث زبان‌شناسی، پیدا کردن واژه در جدول‌های حروف است! او دوست دارد یک جدول مستطیلی که در هر خانه‌ی آن یک حرف فارسی نوشته شده را بگیرد و در آن با شروع از یک خانه و امتداد دادن در یکی از ۸ جهت اصلی و فرعی به‌طور مستقیم، واژه شیک بیابد!

خ	پ	و	ت	ا	ر	ح	د	ا	پ
خ	ص	ل	خ	ذ	ط	ج	ت	ش	ش
چ	ر	و	ک	ژ	و	ز	و	ج	ه
چ	و	ا	ض	ز	ح	م	ل	ذ	د
ه	پ	گ	پ	خ	ق	ث	ه	ن	ظ
ذ	م	غ	ع	ث	ل	ط	ز	خ	د
م	ل	ژ	ض	ی	ج	ش	ژ	ی	ق
غ	ن	ض	خ	ض	غ	س	ن	خ	م
ز	س	ظ	ض	ت	ی	ج	ش	ذ	ت
ش	ف	ض	ل	ا	ب	غ	ب	ص	ن

به شنگول جدول  $10 \times 10$  روبه‌رو شامل ۱۰۰ حرف الفبای فارسی داده شده است! شنگول می‌تواند در این جدول برای مثال واژه‌ی شیک «پشه» را با شروع از گوشه بالا سمت چپ و حرکت به سمت پایین بیابد! ایضاً واژه‌های شیک «پت»، «پتو» و «پتوم» که با شروع از خانه بالا سمت چپ و حرکت قطری به سمت پایین-راست یافت می‌شوند. به‌عنوان مثالی دیگر با شروع از تنها حرف ذ در ستون سمت راست می‌توان واژه‌های شیک «ذه»، «ذم»، «ذل» و «ذم» را یافت! اما حرکت از این خانه به سمت بالا-چپ هیچ نمری ندارد!

دقت کنید که «ا» حرف شماره‌ی ۱ زبان فارسی، «ب» حرف شماره‌ی ۲ و ... و «ی» حرف شماره ۳۲ زبان فارسی هستند.

۲- الف (۵ نمره): اگر پر تکرارترین حرف در این جدول حرف شماره  $X$  و کم‌تکرارترین حرف در این جدول حرف شماره  $Y$  باشد و تعریف کنیم  $Q = X^9 + Y^9$  (حاصل جمع توان‌های ۹ این اعداد)؛ در این صورت باقی‌مانده‌ی تقسیم  $Q$  بر  $\Delta$  چند است؟ پاسخ شما: .....

(در صورتی که چند حرف مشترکاً پر تکرارترین (کم‌تکرارترین) حرف باشند، حرف با شماره کوچکتر مدنظر است.)

۲- ب (۷ نمره): فرض کنید طولانی‌ترین واژه‌ی شیک در این جدول واژه‌ی  $W$  باشد و حاصل ضرب شماره‌های تک تک حروف این واژه برابر با عدد  $P$  بشود. باقی‌مانده‌ی تقسیم  $P^2$  بر  $\Delta$  چند است؟ پاسخ شما: ..... (در صورتی که بیش از یک واژه با بیشترین طول آمده باشد، واژه‌ای که  $M$  بزرگتری از آن به‌دست می‌آید مطلوب است. دقت کنید که اگر واژه‌ی  $W$  حروف تکراری داشته باشد، آن حروف هم‌چنان به تعداد تکرارشان ضرب می‌شوند.)

۲- ج (۸ نمره): تعداد واژه‌های شیک دو حرفی (با شمارش تکرار) در این جدول را  $K$  می‌نامیم. برای مثال واژه «ذم» که سه بار آمده را سه بار می‌شماریم. باقی‌مانده‌ی تقسیم  $(\Delta - ۹۹۹) \times K$  بر  $\Delta$  چند است؟ پاسخ شما: .....

۲- د (۱۵ نمره): تعداد کل واژه‌های شیک (حداقل دو حرفی) بدون شمارش تکرار در این جدول را  $U$  می‌نامیم. دقت کنید که برای مثال واژه «ذم» که سه بار آمده را یک بار می‌شماریم. باقی‌مانده‌ی تقسیم  $(\Delta - ۷۷۷) \times U + U^7$  بر  $\Delta$  چند است؟ پاسخ شما: .....

**راهنمایی:** حروف الفبای فارسی عبارتند از: ا ب پ ت ث ج چ ح خ د ذ ر ز ژ س ش ص ض ط ظ ع غ ف ق ک گ ل م ن و ه ی **توجه:** معیار هر بار ظهور یک واژه، یک نقطه‌ی شروع معین و یک تعداد مشخصی حرف متوالی در یکی از ۸ جهت آن است. برای مثال دو حرف بالا سمت راستی جدول، دو بار «خخ» را می‌سازند؛ یک‌بار با شروع از بالایی و حرکت به سمت پایینی و یک بار با شروع از پایینی و حرکت به سمت بالایی.

«شاد باشی شنگول عزیز!»