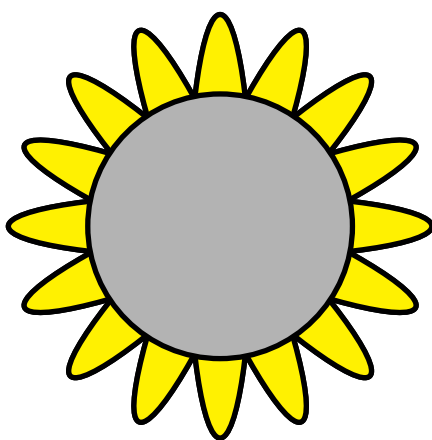


مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

- زمان آزمون ۹۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است. حتماً کد دفترچه را وارد پاسخ‌نامه کنید.
- سوالات ۱۱ تا ۱۵ در دسته‌های چند سوالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱ یک گل آفتاب‌گردان ۱۶ گل‌برگ دارد که در کنار هم، دور تا دور گل را پوشش می‌دهند. پیمان هر مرحله، یک گل‌برگ را از گل جدا می‌کند و به اندازه‌ی تعداد گل‌برگ‌های مجاور جدا نشده‌ی آن گل‌برگ، از آبولف یک تومان پول می‌گیرد. به ترتیب (از سمت راست) حداقل و حداکثر مقدار پولی که پیمان می‌تواند از آبولف بگیرد، چند تومان است؟



۱۶ و ۱۵ (۵)

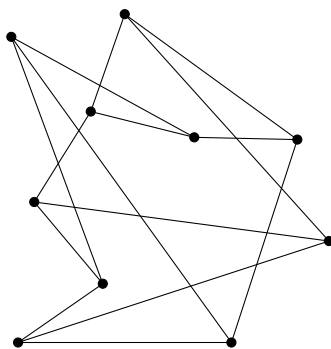
۲۴ و ۱۶ (۴)

۱۶ و ۱۲ (۳)

۱۶ و ۱۶ (۲)

۲۴ و ۱۵ (۱)

۲ ۱۰ رأس مطابق شکل زیر در صفحه داریم که تعدادی از آن‌ها با یک پاره‌خط به یک‌دیگر وصل شده‌اند. در هر مرحله می‌توانیم یک رأس و تمام پاره‌خط‌های متصل به آن را پاک کرده، سپس آن رأس را در یک نقطه‌ی خالی از صفحه رسم کرده و دوباره با پاره‌خط به همان رأس‌هایی که به این رأس وصل بودند، وصل کنیم. مراحل باید به نحوی انجام شوند که پاره‌خط بین هر دو رأس، از رأس دیگری عبور نکند. کمینه‌ی تعداد مراحل برای آن که در شکل نهایی هیچ دو پاره‌خطی یک‌دیگر را قطع نکنند (جز در نقاط شکل) چیست؟



۴ (۵)

۳ (۴)

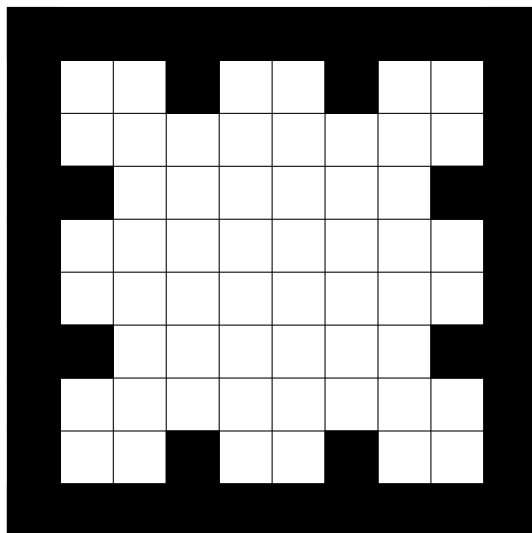
۵ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

۳ رباتی می‌خواهد ابتدا در یکی از خانه‌های سفید شکل زیر قرار بگیرد. سپس یکی از چهار جهت راست، بالا، چپ و پایین را انتخاب می‌کند و در آن راستا شروع به حرکت می‌نماید. ربات در هر مرحله سعی می‌کند در جهتی که دارد، یک واحد حرکت کند. اگر ربات نتواند این کار را انجام دهد (خانه‌ی بعدی در آن جهت سیاه باشد)، ۹۰ درجه به راست می‌چرخد. ربات حداکثر چند خانه‌ی متفاوت را خواهد دید؟



۱۶ (۵)

۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

۳۲ (۲)

۳۸ (۱)

۴ در شکل زیر می‌خواهیم از خانه‌ی A به خانه‌ی B برویم. در هر مرحله می‌توانیم به یک خانه‌ی مجاور (دارای ضلع مشترک با خانه‌ی کنونی) برویم. برای عبور از هر خانه، باید به مقدار عدد درون آن خانه هزینه بدهیم. کمینه‌ی هزینه‌ی لازم برای رسیدن از A به B چیست؟

۱	۱۴	۲	۱	۳	۱
۲	۱۳	۱	۱۳	۴	۱
۱	A	۱۰۰	B	۵	۱
۳	۱۴	۵	۱۰	۱	۲
۱	۱۳	۴	۲	۱	۱
۲	۳	۱	۱	۱۳	۵

۱۸ (۵)

۲۷ (۴)

۲۴ (۳)

۲۱ (۲)

۲۹ (۱)

۵ اگر n یک عدد طبیعی باشد، $f(n)$ را تعداد رقم‌های ۱ متوالی سمت راست نمایش دودویی (مبنای ۲) عدد n در نظر می‌گیریم. برای مثال $f(۸) = ۰$ و $f(۱۹) = ۲$. مجموع مقادیر $f(n)$ به ازای n از ۱ تا ۲۵۵ چیست؟

۱۲۸ (۵)

۲۵۵ (۴)

۱۲۷ (۳)

۲۴۷ (۲)

۲۵۶ (۱)

مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

۶ به چند طریق می‌توان برخی از خانه‌های یک جدول 5×5 را علامت زد، طوری که در هر زیرجدول 2×4 و 4×2 دقیقاً یک خانه‌ی علامت‌دار و در هر زیرجدول 3×3 حداقل یک خانه‌ی علامت‌دار وجود داشته باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۸ (۵) ۴

۷ حداکثر چند مکعب واحد از یک مکعب $5 \times 5 \times 5$ را می‌توان رنگ کرد، به طوری که در هر زیرمکعب $2 \times 2 \times 2$ حداکثر یک مکعب واحد رنگ شده باشد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۱۸ (۴) ۲۷ (۵) ۲۴

۸ منظور از $f(x)$ باقی‌مانده‌ی عدد x در تقسیم بر ۲ است. برای مثال $f(15) = 1$. فرض کنید دو عدد صحیح a و b را داریم. الگوریتم زیر را اجرا می‌کنیم:

۱. اگر دو عدد a و b برابر بودند، به مرحله‌ی ۶ برو.
۲. اگر $a > b$ ، آن‌گاه مقادیر a و b را جابه‌جا کن.
۳. مقدار a را برابر $a + 3$ قرار بده.
۴. مقدار b را برابر $b - f(b)$ قرار بده.
۵. به مرحله‌ی ۱ برو.
۶. پایان.

به چند طریق می‌توانیم اعداد آغازین الگوریتم (a و b) را با شرط $1 \leq a < b \leq 20$ انتخاب کنیم، طوری که الگوریتم پس از تعدادی مرحله به پایان برسد؟

- (۱) ۸۵ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴) ۵۴ (۵) ۵۷

۹ ۱۰ نفر در یک ردیف داریم و می‌خواهیم ۱۰ میوه‌ی یکسان را بین آن‌ها تقسیم کنیم (لزومی ندارد به هر نفر دقیقاً یک میوه برسد). هر مرحله، به طور هم‌زمان هر فرد میوه‌دار، یکی از میوه‌هایش را خورده و بقیه را به نفر راستی‌اش می‌دهد (اگر کسی نفر سمت راستی نداشته باشد، خودش بقیه‌ی میوه‌هایش را نیز می‌خورد). به چند طریق در ابتدا می‌توانیم میوه‌ها را تقسیم کنیم، طوری که پس از خورده شدن تمام میوه‌ها، هر فرد دقیقاً یک میوه خورده باشد؟

- (۱) ۸۹ (۲) ۵۱۲ (۳) ۷۲۰ (۴) ۲۴۳ (۵) ۳۴۳

۱۰ ۱۰ نفر در یک ردیف داریم و می‌خواهیم ۱۰ میوه‌ی یکسان را بین آن‌ها تقسیم کنیم (لزومی ندارد به هر نفر دقیقاً یک میوه برسد). هر مرحله، به طور هم‌زمان هر فرد میوه‌دار کارهای زیر را به ترتیب انجام می‌دهد:

۱. یکی از میوه‌هایش را می‌خورد.
۲. در صورتی که هنوز میوه‌ای داشته باشد، یکی از میوه‌هایش را به نفر سمت راستش می‌دهد (اگر نفر سمت راستی نداشته باشد، آن میوه را خودش می‌خورد).
۳. در صورتی که هنوز میوه‌ای داشته باشد، تمام میوه‌های باقی‌مانده را به نفر سمت چپش می‌دهد (اگر نفر سمت چپ نداشته باشد، آن میوه‌ها را خودش می‌خورد).

مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

به چند طریق در ابتدا می‌توانیم میوه‌ها را تقسیم کنیم، طوری که در انتها هر کس دقیقاً یک میوه خورده باشد؟

۲۷۴ (۱) ۱۴۹ (۲) ۱۴۴ (۳) ۸۹ (۴) ۲۵۶ (۵)

در یک جدول، خانه‌ی واقع در سطر i ام و ستون j ام جدول را با (i, j) نشان می‌دهیم. فاصله‌ی سلماسی دو خانه‌ی (r_1, c_1) و (r_2, c_2) در جدول را برابر با $|r_1 - r_2| + |c_1 - c_2|$ در نظر می‌گیریم.

_____ با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید _____

۱۱ در یک جدول 5×5 به ازای هر دو خانه از جدول، فاصله‌ی سلماسی آن‌ها را حساب می‌کنیم و سپس تمام این فاصله‌های حساب شده را با هم جمع می‌کنیم. حاصل جمع به دست آمده کدام است؟

۱۰۰۰ (۱) ۲۵۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۷۵۰ (۴) ۵۰۰ (۵)

۱۲ افروز در یک جدول 9×9 سه خانه را علامت می‌زند. فاصله‌ی سلماسی نزدیک‌ترین جفت از این سه خانه‌ی علامت‌دار (از نظر فاصله‌ی سلماسی)، حداکثر چه قدر است؟

۹ (۵) ۱۰ (۴) ۱۲ (۳) ۸ (۲) ۱۱ (۱)

فرض کنید دنباله‌ای از اعداد داریم. در هر مرحله می‌توان یکی از سه عملیات زیر را روی دنباله انجام داد:

- دستور $copy$: با دستور $copy(i)$ یک عدد با مقدار i امین عضو دنباله به انتهای دنباله اضافه می‌شود. برای مثال اگر دنباله‌ی $\langle 3, 7, 2, 1 \rangle$ را داشته باشیم، با دستور $copy(2)$ به دنباله‌ی $\langle 3, 7, 2, 1, 7 \rangle$ می‌رسیم.
- دستور $delete$: با دستور $delete(i)$ عدد i ام دنباله حذف می‌شود. برای مثال اگر دنباله‌ی $\langle 4, 1, 9, 2, 5 \rangle$ را داشته باشیم، با دستور $delete(2)$ به دنباله‌ی $\langle 4, 9, 2, 5 \rangle$ می‌رسیم.
- دستور $merge$: با دستور $merge(i, j)$ عدد j ام دنباله حذف شده و مقدار آن به عدد i ام دنباله اضافه می‌شود. در این دستور باید $i < j$ باشد. برای مثال اگر دنباله‌ی $\langle 4, 1, 9, 2, 5 \rangle$ را داشته باشیم، با دستور $merge(2, 4)$ به دنباله‌ی $\langle 4, 3, 9, 5 \rangle$ می‌رسیم.

اجرای هر یک از دستورهای بالا یک واحد هزینه دارد. متغیر $size$ در هر لحظه تعداد عضوهای دنباله را نشان می‌دهد. برای مثال وقتی دنباله‌ی $\langle 3, 6, 10, 1 \rangle$ را داریم، $size = 4$ است.

_____ با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید _____

۱۳ فرض کنید در ابتدا دنباله‌ی $\langle 1, 2, \dots, 100 \rangle$ را داریم. پس از اجرای الگوریتم زیر، مجموع اعضای دنباله چه خواهد بود؟

۱. اگر $size < 3$ است، به گام ۵ برو.

۲. $delete(size - 1)$

۳. $merge(size - 1, size)$

مرحله‌ی یکم سی و یکمین المپیاد کامپیوتر کشور

۴. به گام ۱ برو.

۵. پایان.

۴۹۵۱ (۵) ۲۵۵۱ (۴) ۲۵۵۰ (۳) ۵۰۵۱ (۲) ۲۵۰۱ (۱)

۱۴ فرض کنید در ابتدا دنباله‌ی $\langle ۰, ۱ \rangle$ را داریم. پس از اجرای الگوریتم زیر، عنصر آخر دنباله چه خواهد بود؟

۱. به ازای i از ۱ تا ۱۰ انجام بده:

۱-۱. $copy(size - 1)$

۲-۱. $copy(size - 1)$

۳-۱. $merge(size - 1, size)$

۸۹ (۵) ۲۵۶ (۴) ۵۱۲ (۳) ۱۴۴ (۲) ۱۰۲۴ (۱)

۱۵ فرض کنید در ابتدا دنباله‌ی $\langle ۱ \rangle$ را داریم و می‌خواهیم با یک برنامه به دنباله‌ی $\langle ۱, ۲, \dots, ۱۰۰ \rangle$ برسیم. کمینه‌ی

هزینه‌ی (تعداد اجراهای دستورهای) مورد نیاز چیست؟

۲۹۷ (۵) ۱۹۸ (۴) ۹۹ (۳) ۳۰۰ (۲) ۲۴۰ (۱)