

ششمین المپیاد کامپیوتر اردیبهشت ۷۵

هر جواب درست ۴ نمره مثبت و هر جواب نادرست ۱ نمره منفی دارد.

۱. ۱۵ عدد گلوله با وزن‌های دو به دو متفاوت و سه ترازوی دو کفه‌ای سالم بدون وزنه داده شده‌اند. با استفاده از هر یک از این ترازوها می‌توان وزن دو گلوله را با هم مقایسه کرد. در هر مرحله می‌توان از تعدادی از ترازوها به‌طور همزمان جهت توزین این گلوله‌ها استفاده کرد. با حداقل چه تعداد مراحل می‌توان سنگین‌ترین گلوله را مشخص کرد؟

ج) ۹

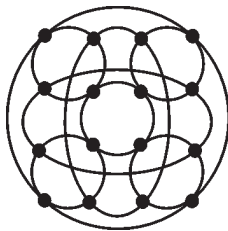
ب) ۶

الف) ۵

ه) ۱۴

د) ۱۳

۲. ۱۶ کامپیوتر مطابق شکل به هم ارتباط داده شده‌اند. هر کامپیوتر می‌تواند در هر ثانیه یک فایل اطلاعاتی را فقط



به یکی از کامپیوترهایی که به آن مربوط است منتقل کند،

برای این که یک فایل اطلاعاتی جدید که فقط در یکی از

کامپیوترها موجود است، به تمام کامپیوترها منتقل شود،

حداقل چند ثانیه وقت لازم است؟

ب) ۴ ثانیه

الف) ۳ ثانیه

د) ۶ ثانیه

ج) ۵ ثانیه

ه) بسته به این که فایل اولیه روی کدام کامپیوتر باشد زمان فرق می‌کند

۳. فرض کنید b_0, b_{q-1}, \dots, b_q نمایش عدد b در مبنای ۲ باشد. عدد b بر ۳ بخش پذیر است اگر و تنها اگر:

(الف) $b_1 = b_0 = 1$

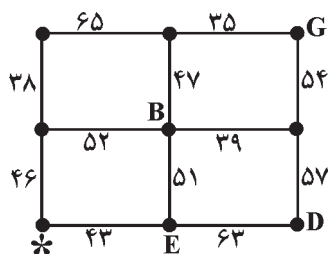
(ب) مجموع b_i ها بر ۹ بخش پذیر باشد

(ج) مجموع b_i ها بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۹ بخش پذیر نباشد

(د) مقدار $b_0 - b_1 + b_2 - \dots$ صفر باشد

(ه) مقدار $b_0 - b_1 + b_2 - \dots$ بر ۳ بخش پذیر باشد

۴. در کشوری ۹ شهر با نام های A تا I وجود دارد. بین این شهرها جاده‌هایی کشیده شده است. نقشه این جاده‌ها



همراه با طول آنها در شکل زیر نشان داده شده است، ولی

متأسفانه نام ۵ تا از این شهرها از نقشه پاک شده است.

اطلاعات زیر را در مورد شهرها می‌دانیم:

• C و D دورترین شهرها هستند.

• کوتاه‌ترین فاصله بین B و C برابر با کوتاه‌ترین فاصله بین E و I است.

• کوتاه‌ترین فاصله بین H و F ، یکی بیشتر از کوتاه‌ترین فاصله بین E و H است.

• کوتاه‌ترین فاصله بین A و B ، دو برابر کوتاه‌ترین فاصله بین H و B است. شهری که در شکل با ستاره

مشخص شده است، کدام شهر است؟

(الف) A (ب) C (ج) F (د) H (ه) I

۵. می‌خواهیم مقدار دو متغیر A و B را با هم عوض کنیم. کدام یک از برنامه‌های زیر این کار را انجام می‌دهند؟

(الف) $A = A - B$	(ب) $A = A - B$	(ج) $A = A + B$	(د) $A = B$	(ه) الف و ج
$B = A + B$	$B = A - B$	$B = A - B$	$B = A$	
$A = B - A$	$A = A - B$	$A = A + B$		

۶. برای انجام یک پروژه می‌خواهیم ۶ دانش‌آموز را گروه‌بندی کنیم به طوری که هر گروه یا تک نفره باشد یا شامل ۲

دانش‌آموز، به چند طریق این کار ممکن است؟

(الف) ۷۶ (ب) ۶۴

(ج) ۱۹۶ (د) ۳۵

(ه) ۹۰

۷. محمد متوجه شد که امسال سن او برابر مجموع رقم‌های سال تولد اوست. سن او در چه محدوده‌ای است؟

- (الف) ۱۱ تا ۱۴
 (ب) ۱۵ تا ۱۹
 (ج) ۲۱ تا ۲۵
 (د) ۲۶ تا ۲۹
 (ه) ۳۱ تا ۳۶

۸. در یک مسابقه فوتبال ۱۰ تیم شرکت کرده‌اند. هر دو تیم یک بار مسابقه می‌دهند. هر برد دو امتیاز، هر مساوی یک امتیاز و هر باخت صفر امتیاز دارد. حداکثر اختلاف امتیاز برای دو تیم که رتبه‌های متوالی را کسب کرده‌اند چه قدر می‌تواند باشد؟

- (الف) ۸
 (ب) ۱۰
 (ج) ۱۲
 (د) ۱۵
 (ه) ۱۸

۹. عمل شماره یک از رشته $abcdef$ ، رشته $adbcef$ و عمل شماره دو از رشته $abcdef$ ، رشته $daebfc$ را تولید می‌کند. با استفاده پی‌درپی و دلخواه از این دو عمل و با شروع از رشته $abcdef$ کدام یک از رشته‌های زیر را نمی‌توان به دست آورد.

- (الف) dbafec
 (ب) fcbeda
 (ج) cabefd
 (د) efdcab
 (ه) fedcba

۱۰. تعداد اعداد ۳ رقمی که مجموع ارقام آنها برابر با ۱۵ باشد چه قدر است؟

- (الف) ۶۹
 (ب) ۱۲۵
 (ج) ۷۳
 (د) ۹۰
 (ه) ۱۲۶

۱۱. برای مقادیر صحیح $x \geq 0$ و $y \geq 0$ تابع $A(x, y)$ را به این صورت تعریف می‌کنیم:

$$A(0, y) = y + 1$$

$$A(x + 1, 0) = A(x, 1)$$

$$A(x + 1, y + 1) = A(x, A(x + 1, y))$$

مقدار $A(1, y)$ برای کلیه مقادیر نامنفی y چقدر است؟

- (الف) ۲
 (ب) $1 + y$
 (ج) $2 + y$
 (د) $3 + 2y$
 (ه) هیچ‌کدام

۱۲. تمام اعداد طبیعی را پشت سر هم نوشته‌ایم. ۱۳۷۵ امین رقم این دنباله چیست؟ (اعداد طبیعی از ۱ شروع می‌شوند.)

- (الف) ۳
 (ب) ۴
 (ج) ۵
 (د) ۶
 (ه) ۹

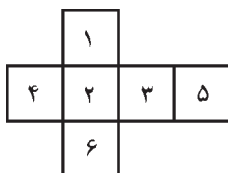
۱۳. در یک گردش دوستانه ۱۷۰ نفر شرکت دارند که وزن ۱۵۰ نفر آنها ۵۰ کیلوگرم و وزن ۲۰ نفر آنها ۱۰۰ کیلوگرم می‌باشد. آنها می‌خواهند با استفاده از یک قایق که ظرفیت آن ۱۰۰ کیلوگرم است از یک رودخانه عبور کنند. حداقل چند بار باید قایق عرض رودخانه را طی کند تا همه آنها به طرف دیگر رودخانه برسند؟

- (الف) ۱۸۹
(ب) ۱۹۰
(ج) ۳۳۹
(د) ۳۸۰
(ه) ۳۷۹

۱۴. تعداد ۵ نقطه را روی قطر یک نیم دایره و ۵ نقطه دیگر را روی کمان آن قرار داده‌ایم (نقاط روی گوشه‌ها قرار ندارند)، به چند حالت می‌توان چهارضلعی ای تشکیل داد که رئوسش این نقاط باشند؟

- (الف) ۲۰۰
(ب) ۲۱۰
(ج) ۲۰۵
(د) ۱۵۵
(ه) ۲۰۹

۱۵. یک تاس که شکل باز شده آن را می‌بینید، روی میز قرار دارد و علی و مجید دو طرف آن نشسته‌اند. علی دو وجه عمودی و وجه بالایی را می‌بیند و مجید دو وجه عمودی دیگر و وجه بالایی را.



مجموع اعدادی که علی می‌بیند برابر ۱۰ و مجموع اعدادی که مجید می‌بیند برابر ۱۴ است. عدد روی وجه پایین برابر است با:

- (الف) ۲
(ب) ۳
(ج) ۴
(د) ۵
(ه) ۶

۱۶. خروجی برنامه زیر کدام است؟

۱ - مقدار sum را مساوی صفر قرار بده.

۲ - به ازای هر I از ۱ تا ۱۳۷۵ کارهای زیر را انجام بده:

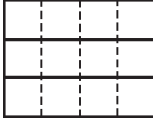
۱.۲ - به ازای هر J از ۱ تا I کار زیر را انجام بده:

۱.۱.۲ - به مقدار sum به اندازه I اضافه کن.

۳ - رقم یکان sum را چاپ کن.

- (الف) ۱
(ب) ۳
(ج) ۵
(د) ۷
(ه) ۹

۱۷. یک تکه کاغذ به شکل زیر در اختیار داریم:



دو نفر با نام‌های A و B به این صورت بازی می‌کنند: A در نوبت خودش یک تکه کاغذ را انتخاب کرده، با یک برش مستقیم روی یکی از خطوطی که با نقطه چین مشخص شده‌اند، آن را به دو تکه تقسیم می‌کند. سپس B نیز در نوبت خود همین کار را با یکی از تکه‌های کاغذ و خطوطی که به صورت کامل (غیر نقطه چین) کشیده شده‌اند انجام می‌دهد. هر یک از بازیکنان که در نوبت خود نتواند بازی کند، بازنده محسوب می‌شود.

کدام یک از گزاره‌های زیر درست‌تر است؟

(الف) اگر A بازی را شروع کند، می‌تواند برنده شود

(ب) اگر B بازی را شروع کند، می‌تواند برنده شود

(ج) در هر صورت A می‌تواند برنده شود

(د) در هر صورت B می‌تواند برنده شود

(ه) هر بازیکنی که بازی را شروع کند می‌تواند برنده شود

۱۸. در یک جلسه امتحان، m ردیف صندلی و در هر ردیف n صندلی قرار گرفته است. روی هر یک از صندلی‌ها یک دانش‌آموز نشسته است. در ابتدای امتحان هر دانش‌آموز با دانش‌آموز جلو، عقب، سمت راست، و سمت چپ خود (در صورت وجود) دست می‌دهد. اگر بدانیم که در مجموع ۱۴۸ بار عمل دست دادن انجام شده است، کدام یک از عددهای زیر می‌تواند برابر با تعداد دانش‌آموزان باشد؟

(الف) ۳۶ (ب) ۶۴

(ج) ۸۴ (د) ۹۶

(ه) هیچ‌کدام

۱۹. کدام یک از عبارات منطقی زیر معادل با عبارت $(B \wedge \sim D) \vee (\sim C \wedge D)$ است؟

(الف) $(B \vee \sim C) \wedge (\sim D \vee D)$ (ب) $(B \vee \sim D) \wedge (C \vee D)$

(ج) $(B \vee D) \wedge (\sim C \vee \sim D)$ (د) $(B \vee \sim D) \wedge (\sim C \vee D)$

(ه) $(B \vee D) \wedge (C \vee \sim D)$

۲۰. a یک آرایه ۱۹۹۶ تایی است که اعداد ۱ تا ۱۹۹۶ به ترتیب در آن قرار دارند. بعد از اجرای پردازش زیر مقدار درآیه اول این آرایه چیست؟

۱ - به ازای ۱ از ۱ تا ۱۳۷۵ کارهای زیر را انجام بده:

۱.۱ - به ازای ۲ از ۱ تا ۱۹۹۶ کار زیر را انجام بده:

۱.۱.۱ - مقدار خانه‌های اول و ۲ام را جابه‌جا کن.

الف) ۱۳۷۵ ب) ۶۲۲ ج) ۶۲۱ د) ۱۹۹۶ ه) ۱

۲۱. عبارات ریاضی را می‌توان به صورت دیگری هم نوشت: مثلاً $a + b$ را می‌توان به صورت $ab +$ و $a - b * c$ را به صورت $abc -$ نوشت. این نوع نوشتاری عبارات را گونهٔ پسوندی می‌گویند. تعریف گونهٔ پسوندی عبارات به صورت زیر است. در این تعریف یک عبارت فقط شامل متغیرهای تک حرفی و عملگرهای $+$ ، $-$ ، $*$ ، $/$ و $!$ (به معنی تغییر علامت) است.

● یک متغیر یک عبارت پسوندی است.

● اگر E یک عبارت پسوندی باشد، $E!$ هم یک عبارت پسوندی است به معنی تغییر علامت E .

● اگر E و F دو عبارت پسوندی باشند، $EF +$ ، $EF -$ ، $EF *$ و $EF /$ نیز عبارات پسوندی هستند. (به ترتیب یعنی انجام عمل‌های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم روی E و F) کدام یک از عبارات زیر عبارت پسوندی نیست؟

الف) $a!b!*cd+-$ ب) $ab!*c/d+!$

ج) $abc!+d/*e-$ د) $ab/c!+d*$

ه) $abcde!+/*$

۲۲. با توجه به تعریف سؤال قبل، عبارت پسوندی $abc!def*/+/-$ معادل کدام عبارت زیر است که به صورت

معمولی نوشته شده است؟

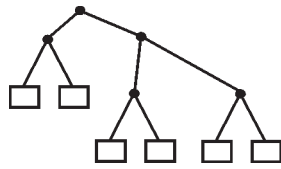
$$\frac{a-b}{-c+d} \cdot \frac{1}{e*f} \quad \text{ج)}$$

$$\frac{a-b}{-c+\frac{d}{e*f}} \quad \text{ب)}$$

$$a - \frac{b}{-c+\frac{d}{c*f}} \quad \text{الف)}$$

$$a - \frac{b}{-c+\frac{d}{e}*f} \quad \text{ه)}$$

$$a - \frac{b}{\frac{-c+d*f}{e}} \quad \text{د)}$$



۲۳. شکل مقابل را در نظر بگیرید:

فرض کنید که n سنگریزه در اختیار داریم. این عمل‌ها را می‌توانیم با

این سنگریزه‌ها انجام دهیم:

• یک سنگریزه روی یکی از نقاطی که در شکل با مربع نمایش داده شده‌اند بگذاریم.

• در صورتی که در مورد یکی از نقاطی که در شکل با دایره نمایش داده شده‌اند، روی تمام نقاط پایین‌تر از آن که با استفاده از یک خط مستقیم به آن وصل شده‌اند، سنگریزه وجود داشته باشد. می‌توانیم تمام سنگریزه‌های روی این نقاط پایین‌تر را برداریم و تنها یکی از آنها را روی آن نقطه قرار دهیم. از سنگریزه‌های برداشته شده می‌توان مجدداً استفاده کرد.

می‌خواهیم با استفاده از این اعمال یک سنگریزه روی نقطه بالایی قرار دهیم. کمترین مقدار n که برای آن

بتوان این کار را انجام داد برابر است با:

الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۶ ه) ۱۱

۲۴. دنباله‌های زیر را که از راست به چپ نوشته شده‌اند در نظر بگیرید. این دنباله‌ها به این صورت ساخته شده‌اند: دنباله اول ۱ است. چون دنباله اول شامل یک «یک» است، دنباله دوم ۱، ۱ است. چون دنباله دوم شامل دو «یک» است، دنباله سوم ۱، ۲ است. چون دنباله سوم شامل یک «دو» و یک «یک» است، دنباله چهارم ۱، ۲، ۱، ۱ است. چون دنباله چهارم شامل یک «یک»، یک «دو» و دو «یک» متوالی است. دنباله پنجم ۱، ۱، ۲، ۲، ۱ است. و به همین صورت بقیه دنباله‌ها نیز ساخته می‌شوند. اولین دنباله‌ای که در آن عدد ۴ ظاهر می‌شود، دنباله شماره چند است؟

الف) ۱۰ ب) ۱۲ ۱
ج) ۸ د) ۱۶ ۱، ۱
ه) هیچ‌کدام ۱، ۲
۱، ۱، ۲، ۱
۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۱
۱، ۱، ۲، ۲، ۱، ۳

۲۵. یک رشته از ۱۹۹۶ رقم، از سمت چپ با رقم ۶ شروع می‌شود. می‌دانیم که هر یک از عددی که با در نظر گرفتن دو رقم متوالی در این رشته به دست می‌آیند، بر ۱۷ و یا بر ۲۳ بخش پذیرند. آخرین رقم سمت راست این دنباله چند است؟

الف) ۴ ب) ۶ ج) ۷ د) ۸ ه) ۹

۲۶. یک رشته مخصوص به این صورت تعریف می‌شود:

• a یک رشته مخصوص است.

• اگر S یک رشته مخصوص باشد، Sa و Sbb نیز رشته‌های مخصوص هستند. تعداد رشته‌های مخصوصی که

دقیقاً از ۷ حرف تشکیل شده‌اند چندتا است؟

- (الف) ۲
(ب) ۷
(ج) ۸
(د) ۱۳
(ه) ۱۲۸

۲۷. تعداد عددهای طبیعی چهار رقمی کوچکتر از ۱۳۷۵ که رقم‌های آن از چپ به راست صعودی هستند، مانند

عددهای ۱۳۳۴ یا ۱۲۳۴ چندتا است؟

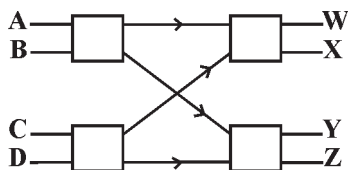
- (الف) ۱۰۳
(ب) ۱۰۹
(ج) ۱۳۵
(د) ۳۳
(ه) ۲۴۳

۲۸. در شکل زیر هر یک از مربع‌های یک کلید است که می‌تواند دو وضعیت مختلف داشته باشد: یا ورودی‌ها را

به صورت مستقیم به خروجی انتقال دهد، و یا آنها را جابه‌جا کند، یعنی ورودی بالا را به خروجی پایین بفرستد و

ورودی پایین را به خروجی بالا.

از حالت‌های زیر کدام را می‌توان با تعیین وضعیت کلیه کلیدها، به دست آورد؟



۱- A به X ، B به Y ، C به Z و D به W وصل باشد.

۲- A به Y ، B به Z ، C به W و X وصل باشد.

۳- A به Z ، B به X ، C به Y و D به W وصل باشد.

- (الف) فقط ۱
(ب) فقط ۲
(ج) فقط ۳
(د) ۱ و ۳
(ه) ۲ و ۳

۲۹. فرض کنید که ۵ خانه با شماره‌های ۰ تا ۴ وجود دارند که در ابتدا همگی خالی هستند. الگوریتم زیر یک عدد i را در این جدول قرار می‌دهد:

۱- X را مساوی باقیمانده i بر ۵ قرار بده.

۲- اگر خانه X ام خالی است، i را در این خانه قرار بده. پایان.

۳- یکی به مقدار X اضافه کن.

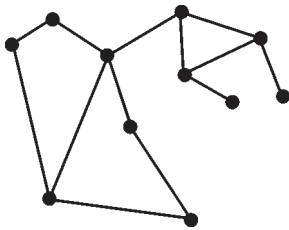
۴- اگر $X = 5$ ، X را مساوی با ۰ قرار بده.

۵- به مرحله ۲ برگرد.

اگر با استفاده از الگوریتم فوق، به ترتیب عددهای ۱۳، ۸، ۲۴، ۱۰ و ۳ را وارد این خانه کنیم، در انتها چه عددی در خانه دوم قرار گرفته است؟

الف) ۳ (ب) ۸ (ج) ۱۰ (د) ۱۳ (ه) ۲۴

۳۰. در نقشه زیر شهرها را با دایره و جاده‌های بین آنها را با پاره خط نشان داده‌ایم. می‌خواهیم در تعدادی از شهرها



مرکز کنترل ترافیک ایجاد کنیم به قسمی که به‌ازای هر جاده لااقل

یکی از دو شهر متصل به آن دارای مرکز کنترل ترافیک باشد.

حداقل تعداد مراکز لازم چندتاست؟

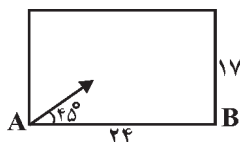
الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶ (د) ۷ (ه) ۱۰

مسئله‌های بله - خیر

پاسخ هر یک از مسائل زیر «بله» یا «خیر» است که هر جواب درست ۳ نمره مثبت و هر جواب نادرست ۳ نمره منفی دارد.

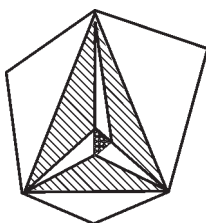
۳۱. در نقشه مسئله ۳۰ حداکثر تعداد شهرهایی که بین هیچ دو تایی از آنها جاده مستقیم وجود ندارد با b و حداقل تعداد مراکز کنترل ترافیک را با a نشان می‌دهیم. آیا می‌توان نقشه‌ای رسم کرد که در آن $a + b$ از تعداد شهرها بیشتر باشد؟

۳۲. از نقطه A واقع در گوشه جعبه‌ای به ابعاد ۱۷×۲۴ متر گلوله‌ای با زاویه ۴۵ درجه نسبت به اضلاع پرتاب



می‌شود. این گلوله در برخورد با هر ضلع مانند شعاع نور با همان زاویه برخورد منعکس می‌شود. با فرض این که سرعت گلوله ثابت و برابر $\sqrt{۲}$ متر در ثانیه باشد، آیا گلوله در کمتر از ۵ دقیقه به نقطه B می‌رسد؟

۳۳. یک مثلث‌بندی، افزایی از سطح یک n ضلعی به مثلث‌ها است به نحوی که برای هر دو مثلث یکی از حالات زیر



برقرار باشد:

۱- دو مثلث دقیقاً در یک ضلع کامل مشترک باشند.

۲- دو مثلث دقیقاً در یک رأس مشترک باشند.

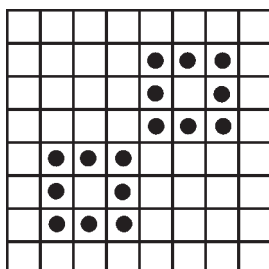
۳- دو مثلث هیچ اشتراکی نداشته باشند.

می‌خواهیم هر یک از این مثلث‌ها را با یکی از دو رنگ سیاه و سفید رنگ کنیم به نحوی که هر دو مثلث مشترک در یک ضلع، رنگ متفاوت داشته باشند و در ضمن اضلاع n ضلعی متعلق به مثلث‌های سفید باشند. به عنوان مثال در شکل چنین مثلث‌بندی‌ای برای یک ۶ ضلعی داده شده است. آیا می‌توان یک مثلث‌بندی با شرایط فوق برای یک ۸ ضلعی ارائه داد؟

۳۴. سه نفر با نام‌های مجید، علی و محمد برای قرعه‌کشی بین خودشان از روش زیر استفاده می‌کنند:

هر سه نفر به‌طور همزمان عددی بین ۱ تا ۴ انتخاب می‌کنند. اگر باقیمانده تقسیم مجموع این سه عدد بر ۳ مساوی ۰، ۱ یا ۲ باشد به ترتیب مجید، علی و محمد برنده می‌شوند. آیا این قرعه‌کشی منصفانه است؟ (آیا احتمال برنده شدن هر سه نفر یکسان است؟)

۳۵. در صفحه زیر تعداد ۱۶ مهره در خانه‌های مشخص شده قرار دارند. یک اسب در این صفحه به این صورت



حرکت می‌کند که دو خانه در امتداد افقی (یا عمودی) و یک خانه در امتداد عمودی (یا افقی) می‌خواهیم از یکی از خانه‌های بدون مهره با اسب شروع به حرکت کنیم و پس از ۱۶ بار حرکت هر ۱۶ مهره را توسط اسب بگیریم. هر بار که اسب در خانه با مهره فرود می‌آید آن مهره را می‌گیرد. آیا عمل فوق امکان‌پذیر است یا خیر؟

۳۶. آیا می‌توان ۶ گلوله را طوری در مرکز خانه‌های یک صفحه شطرنجی 3×3 قرار داد که هیچ سه گلوله‌ای در یک راستای افقی یا عمودی یا قطری نباشند؟

۳۷. آیا می‌توان یک جدول 5×5 را با عددهای صحیح به گونه‌ای پر کرد که مجموع همه عددها مثبت باشد، ولی مجموع هر ۴ عددی که تشکیل یک زیر جدول 2×2 می‌دهند منفی باشد؟

۳۸. آیا می‌توان با چسباندن چهار مربع 1×1 به هم، یک کاشی ساخت که با ۱۶ عدد از این کاشی‌ها نتوان یک اتاق 8×8 را فرش کرد؟ هر دو مربعی که به هم چسبیده باشد باید در تمام ضلع اشتراک داشته باشند نه در قسمتی از آن.

۳۹. ظرفی با گنجایش ۱۰ لیتر پر از شیر داریم. آیا می‌توان فقط به کمک یک ظرف ۷ لیتری و یک ظرف ۳ لیتری، ۵ لیتر شیر برداشت؟

۴۰. سالنی به مساحت ۷ متر مربع داریم. می‌خواهیم سه تکه موکت به شکل‌های دلخواه و هر یک به مساحت ۳ متر مربع سفارش دهیم. آیا می‌توان این سه تکه موکت را به گونه‌ای سفارش داد که بتوان طوری آنها را در سالن پهن کرد که مساحت سطحی که هر دو موکت روی هم قرار گرفته‌اند اکیداً کمتر از یک متر مربع باشد؟